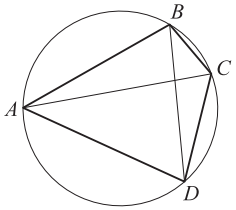
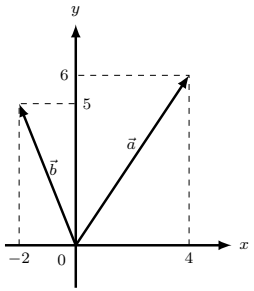
Тренировочная работа № 3. Вариант 2

Часть 1

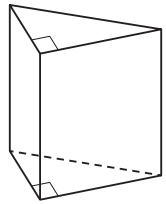
1 Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABC равен $88°$, угол CAD равен $58°$. Найдите угол ABD. Ответ дайте в градусах.



2 Найдите скалярное произведение векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$.



3 Основанием прямой треугольной призмы является прямоугольный треугольник с катетами 3 и 4, боковое ребро призмы равно 10. Найдите площадь её поверхности.



4 За круглый стол на 9 стульев в случайном порядке рассаживаются 7 мальчиков и 2 девочки. Найдите вероятность того, что обе девочки будут сидеть рядом.

5 Игральный кубик бросают дважды. Известно, что в сумме выпало 8 очков. Найдите вероятность того, что в первый раз выпало 6 очков.

6 Найдите корень уравнения $\dfrac{1}{x-2}=4$.

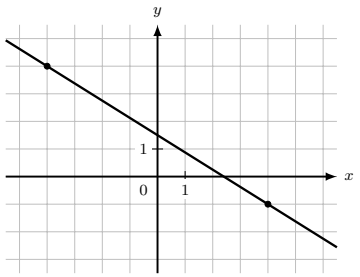
7 Найдите $\dfrac{a}{b}$, если $\dfrac{5a+7b}{5b+7a}=5$.

8 Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t)=\dfrac{1}{5}t^3+2t^2+7t+19$, где x — расстояние от точки отсчёта в метрах, t — время в секундах, прошедшее с начала движения. Найдите её скорость (в метрах в секунду) в момент времени $t=5$ с.

9 По закону Ома для полной цепи сила тока, измеряемая в амперах, равна $I=\dfrac{\varepsilon}{R+r}$, где ε — ЭДС источника (в вольтах), $r=1$ Ом — его внутреннее сопротивление, R — сопротивление цепи (в омах). При каком наименьшем сопротивлении цепи сила тока будет составлять не более 5% от силы тока короткого замыкания $I_{\text{кз}}=\dfrac{\varepsilon}{r}$? Ответ дайте в омах.

10 Из городов А и В, расстояние между которыми равно 420 км, навстречу друг другу одновременно выехали два автомобиля и встретились через 3 часа на расстоянии 255 км от города В. Найдите скорость автомобиля, выехавшего из города А. Ответ дайте в км/ч.

11 На рисунке изображён график функции $f(x)=kx+b$. Найдите $f(-12)$.



12 Найдите наибольшее значение функции $y=\sqrt{168-22x-x^2}$.

Часть 2

13 а) Решите уравнение $2\sin 2x + 2\sin(-x) + 2\cos(-x) - 1 = 0$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-4\pi; -\dfrac{5\pi}{2}\right]$.

14 В правильной треугольной пирамиде $SABC$ сторона основания AB равна 3, а боковое ребро $SA = 2$. На рёбрах AB и SC отмечены точки K и M соответственно, причём $AK : KB = SM : MC = 1 : 2$. Плоскость α содержит прямую KM и параллельна прямой SA.

а) Докажите, что плоскость α делит ребро AC в отношении $1 : 2$, считая от вершины A.

б) Найдите расстояние между прямыми SA и KM.

15 Решите неравенство $x^2 \log_{243}(4 - x) \leqslant \log_3\left(x^2 - 8x + 16\right)$.

16 В июле планируется взять кредит в банке на сумму 240 000 рублей на четыре года. Условия его возврата таковы:

– каждый январь долг увеличивается на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего года;

– с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;

– долг должен уменьшаться на одну и ту же величину каждый год (дифференцированные платежи).

Известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита составит 264 000 рублей. Найдите r.

17 Точка O — центр вписанной в треугольник ABC окружности. Прямая OB вторично пересекает описанную около этого треугольника окружность в точке P.

а) Докажите, что $OP = CP$.

б) Найдите радиус описанной около треугольника ABC окружности, если расстояние от точки P до прямой AC равно 24, $\angle ABC = 60^\circ$.

18 Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (|x+1| + |x-3| - y)\sqrt{10 - x - y} = 0, \\ y = x + a \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

19 Из набора цифр 1, 2, 3, 4, 6, 7 и 9 составляют пару чисел, используя каждую цифру один раз.

а) Может ли сумма такой пары чисел равняться 15 008?

б) Может ли сумма такой пары чисел равняться 94 358?

в) Какое наибольшее значение может принимать сумма чисел в такой паре?