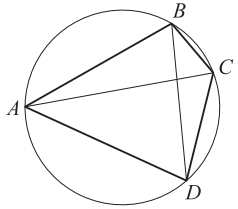
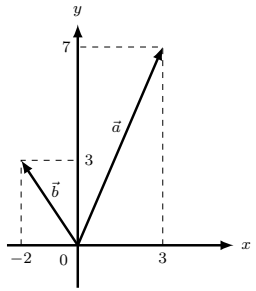
Тренировочная работа № 3. Вариант 1

Часть 1

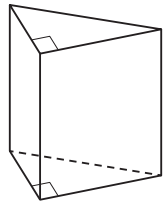
1 Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABC равен $134°$, угол CAD равен $81°$. Найдите угол ABD. Ответ дайте в градусах.



2 Найдите скалярное произведение векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$.



3 Основанием прямой треугольной призмы является прямоугольный треугольник с катетами 6 и 8, боковое ребро призмы равно 10. Найдите площадь её поверхности.



4 За круглый стол на 9 стульев в случайном порядке рассаживаются 7 мальчиков и 2 девочки. Найдите вероятность того, что между двумя девочками будет сидеть один мальчик.

5 Игральный кубик бросают дважды. Известно, что в сумме выпало 8 очков. Найдите вероятность того, что во второй раз выпало 3 очка.

6 Найдите корень уравнения $\dfrac{1}{8x+3}=5$.

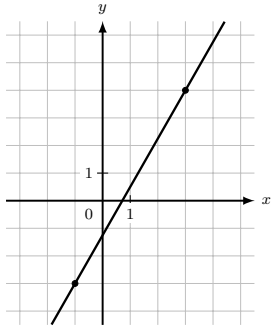
7 Найдите $\dfrac{a}{b}$, если $\dfrac{2a+6b}{2b+6a}=3$.

8 Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t)=-\dfrac{1}{4}t^3+7t^2-8t-1$, где x — расстояние от точки отсчёта в метрах, t — время в секундах, прошедшее с начала движения. Найдите её скорость (в метрах в секунду) в момент времени $t=8$ с.

9 По закону Ома для полной цепи сила тока, измеряемая в амперах, равна $I=\dfrac{\varepsilon}{R+r}$, где ε — ЭДС источника (в вольтах), $r=1$ Ом — его внутреннее сопротивление, R — сопротивление цепи (в омах). При каком наименьшем сопротивлении цепи сила тока будет составлять не более 20% от силы тока короткого замыкания $I_{\text{кз}}=\dfrac{\varepsilon}{r}$? Ответ дайте в омах.

10 Из городов А и В, расстояние между которыми равно 240 км, навстречу друг другу одновременно выехали два автомобиля и встретились через 2 часа на расстоянии 140 км от города В. Найдите скорость автомобиля, выехавшего из города А. Ответ дайте в км/ч.

11 На рисунке изображён график функции $f(x)=kx+b$. Найдите $f(-5)$.



12 Найдите наибольшее значение функции $y=\sqrt{160+6x-x^2}$.

Часть 2

13 а) Решите уравнение $2\sin 2x + 2\sin(-x) - 2\cos(-x) + 1 = 0$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\dfrac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$.

14 В правильной треугольной пирамиде $SABC$ сторона основания AB равна 9, а боковое ребро $SA = 6$. На рёбрах AB и SC отмечены точки K и M соответственно, причём $AK : KB = SM : MC = 2 : 7$. Плоскость α содержит прямую KM и параллельна прямой SA.

а) Докажите, что плоскость α делит ребро SB в отношении $2 : 7$, считая от вершины S.

б) Найдите расстояние между прямыми SA и KM.

15 Решите неравенство $x^2 \log_{625}(x+2) \geqslant \log_5\left(x^2 + 4x + 4\right)$.

16 В июле планируется взять кредит в банке на сумму 300 000 рублей на три года. Условия его возврата таковы:

– каждый январь долг увеличивается на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего года;

– с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;

– долг должен уменьшаться на одну и ту же величину каждый год (дифференцированные платежи).

Известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита составит 336 000 рублей. Найдите r.

17 Точка O — центр вписанной в треугольник ABC окружности. Прямая OB вторично пересекает описанную около этого треугольника окружность в точке P.

а) Докажите, что $OP = AP$.

б) Найдите расстояние от точки P до прямой AC, если $\angle ABC = 120^\circ$, а радиус описанной окружности равен 18.

18 Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (|x+2| + |x-1| - y)\sqrt{10 - x - y} = 0, \\ y = x + a \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

19 Из набора цифр 1, 2, 3, 4, 6, 7 и 8 составляют пару чисел, используя каждую цифру ровно один раз. Оказалось, что одно из этих чисел пятизначное, другое — двузначное и кратно 36.

а) Может ли сумма такой пары чисел равняться 14 908?

б) Может ли сумма такой пары чисел равняться 74 134?

в) Какое наибольшее значение может принимать сумма чисел в этой паре?