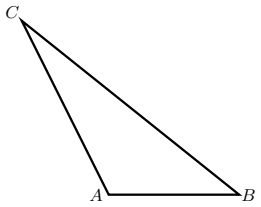
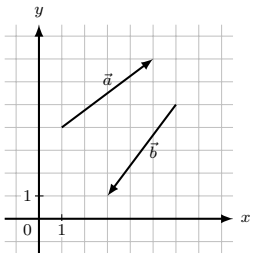
Тренировочная работа № 2. Вариант 2

Часть 1

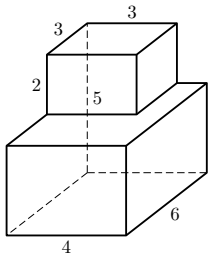
1 Найдите площадь треугольника, две стороны которого равны 48 и 16, а угол между ними равен $30°$.



2 На координатной плоскости изображены векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найдите косинус угла между ними.



3 Найдите площадь поверхности многогранника, изображённого на рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые.



4 В классе 26 учащихся, среди них два друга — Михаил и Вадим. Учащихся случайным образом разбивают на 2 равные группы. Найдите вероятность того, что Михаил и Вадим окажутся в одной группе.

5 Агрофирма закупает куриные яйца в двух домашних хозяйствах. 95% яиц из первого хозяйства — яйца высшей категории, а из второго хозяйства — 55% яиц высшей категории. Всего высшую категорию получает 75% яиц. Найдите вероятность того, что яйцо, купленное у этой агрофирмы, окажется из первого хозяйства.

6 Решите уравнение $\log_{x-2} 16 = 2$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

7 Найдите значение выражения $\left(\sqrt{3\frac{6}{7}} - \sqrt{1\frac{5}{7}}\right) : \sqrt{\frac{3}{28}}$.

8 Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = \frac{1}{4}t^2 + 9$, где x — расстояние от точки отсчёта в метрах, t — время в секундах, прошедшее с начала движения. В какой момент времени (в секундах) её скорость была равна 4 м/с?

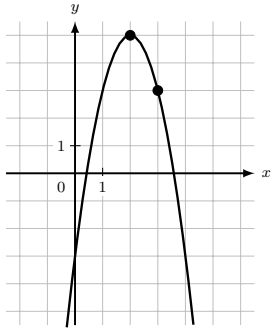
9 Независимое агентство намерено ввести рейтинг новостных интернет-изданий на основе показателей информативности In, оперативности Op, объективности Tr публикаций, а также качества Q сайта. Каждый отдельный показатель — целое число от 1 до 5.
Составители рейтинга считают, что объективность ценится втрое, а информативность публикаций — вчетверо дороже, чем оперативность и качество сайта. Таким образом, формула приняла вид

$$R = \frac{4In + Op + 3Tr + Q}{A}.$$

Найдите, каким должно быть число A, чтобы издание, у которого все показатели максимальны, получило бы рейтинг 5.

10 Велосипедист выехал с постоянной скоростью из города А в город В, расстояние между которыми равно 70 км. На следующий день он отправился обратно со скоростью на 3 км/ч больше прежней. По дороге он сделал остановку на 3 часа. В результате он затратил на обратный путь столько же времени, сколько на путь из А в В. Найдите скорость велосипедиста на пути из В в А. Ответ дайте в км/ч.

11 На рисунке изображён график функции $f(x) = ax^2 + bx - 3$. Найдите $f(8)$.



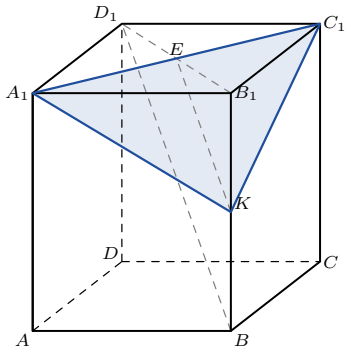
12 Найдите наименьшее значение функции $y = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} - 12x + 19$ на отрезке $[142; 146]$.

Часть 2

13 а) Решите уравнение $\sin 2x = 2\sin x + \sin\left(x + \dfrac{3\pi}{2}\right) + 1$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-4\pi; -\dfrac{5\pi}{2}\right]$.

14 Основанием прямой четырёхугольной призмы $ABCDA_1B_1C_1D_1$ является квадрат $ABCD$ со стороной $5\sqrt{2}$, высота призмы равна $2\sqrt{14}$. Точка K — середина ребра BB_1. Через точки K и C_1 проведена плоскость α, параллельная прямой BD_1.
а) Докажите, что сечение призмы плоскостью α является равнобедренным треугольником.
б) Найдите периметр треугольника, являющегося сечением призмы плоскостью α.



Дано: $ABCDA_1B_1C_1D_1$ — правильная четырёхугольная призма, $AB = 5\sqrt{2}$, $AA_1 = 2\sqrt{14}$; K — середина BB_1; плоскость α проходит через K и C_1 параллельно BD_1.

а) Доказать: сечение призмы плоскостью α — равнобедренный треугольник.

б) Найти: периметр этого сечения.

15 Решите неравенство: $\log_{27}(x^3 - 9x^2 + 27x - 27) \geqslant \log_3(x^2 - 9) - 4$.

16 В июле планируется взять кредит в банке на сумму 250 000 рублей. Условия его возврата таковы:
– каждый январь долг увеличивается на 12% по сравнению с концом предыдущего года;
– с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
– долг должен уменьшаться на одну и ту же величину каждый год (дифференцированные платежи).
Известно, что наибольший годовой платеж составит не более 92 500 рублей, а наименьший — не менее 70 000 рублей. На сколько лет планируется взять кредит?

17 В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AK и CM. На них из точек M и K опущены перпендикуляры ME и KH соответственно.
а) Докажите, что прямые EH и AC параллельны.
б) Найдите отношение $EH : AC$, если $\angle ABC = 60^\circ$.

18 Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x + y = 2a, \\ |y| = |x^2 + 2x| \end{cases}$$

имеет два решения.

19 На доске написано 30 различных натуральных чисел, десятичная запись каждого из которых оканчивается или на цифру 4, или на цифру 8. Сумма написанных чисел равна 2786.
а) Может ли на доске быть поровну чисел, оканчивающихся на 4 или на 8?
б) Могут ли ровно четыре числа на доске оканчиваться на 8?
в) Какое наименьшее количество чисел, оканчивающихся на 8, может быть на доске?