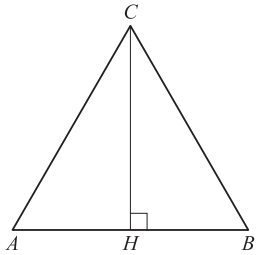
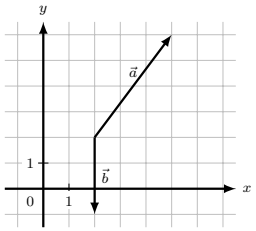
## Тренировочная работа № 1. Вариант 2

### Часть 1

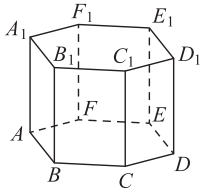
**1** В равностороннем треугольнике $ABC$ высота $CH$ равна $\sqrt{3}$. Найдите $AB$.




**2** На координатной плоскости изображены векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найдите скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$.




**3** В правильной шестиугольной призме $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ все рёбра равны $43\sqrt{5}$. Найдите расстояние между точками $A_1$ и $D$.




**4** Из множества натуральных чисел от 58 до 82 наудачу выбирают одно число. Какова вероятность того, что оно делится на 6?

**5** В магазине три продавца. Каждый из них занят с клиентом с вероятностью 0,3 независимо от других продавцов. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени все три продавца заняты одновременно.

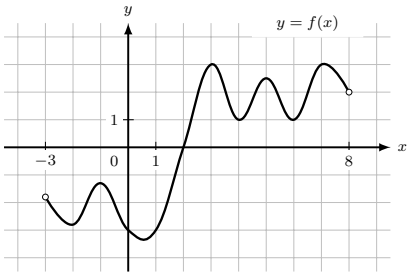
**6** Найдите корень уравнения $\frac{3}{4}x = -19\frac{1}{2}$.

**7** Найдите значение выражения $21\sqrt{6}\,\mathrm{tg}\,\frac{\pi}{6}\sin\frac{\pi}{4}$.





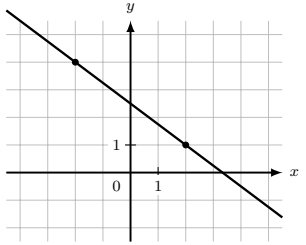
**8** На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-3; 8)$. Определите количество точек, в которых производная функции $f(x)$ равна 0.




**9** К источнику с ЭДС $\varepsilon = 55$ В и внутренним сопротивлением $r = 0{,}5$ Ом, хотят подключить нагрузку с сопротивлением $R$ Ом. Напряжение на этой нагрузке, выражаемое в вольтах, дается формулой $U = \frac{\varepsilon R}{R + r}$. При каком наименьшем значении сопротивления нагрузки напряжение на ней будет не менее 50 В? Ответ дайте в омах.

**10** Десять одинаковых рубашек дешевле куртки на 2%. На сколько процентов пятнадцать таких же рубашек дороже куртки?

**11** На рисунке изображён график функции $f(x) = kx + b$. Найдите значение $x$, при котором $f(x) = -8$.




**12** Найдите наименьшее значение функции $y = \sqrt{x^2 + 2x + 82}$.

## Часть 2

**13** а) Решите уравнение $\left(\frac{1}{9}\right)^{\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)} = 3^{2\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right)}$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2};-2\pi\right]$.

**14** На ребрах $AB$ и $BC$ треугольной пирамиды $ABCD$ отмечены точки $M$ и $N$ соответственно, причём $AM : MB = CN : NB = 3 : 1$. Точки $P$ и $Q$ — середины сторон $DA$ и $DC$ соответственно.
а) Доказать, что $P$, $Q$, $M$ и $N$ лежат в одной плоскости.
б) Найти отношение объемов многогранников, на которые плоскость $PQM$ разбивает пирамиду.

**15** Решите неравенство $\frac{\log_4(64x)}{\log_4 x - 3} + \frac{\log_4 x - 3}{\log_4(64x)} \geqslant \frac{\log_4 x^4 + 16}{\log_4^2 x - 9}$.

**16** Вклад в размере 6 млн рублей планируется открыть на четыре года. В конце каждого года вклад увеличивается на 10% по сравнению с его размером в начале года, а, кроме этого, в начале третьего и четвёртого годов вклад ежегодно пополняется на одну и ту же фиксированную сумму, равную целому числу миллионов рублей. Найдите наименьший возможный размер такой суммы, при котором через четыре года вклад станет не меньше 15 млн рублей.

**17** К двум непересекающимся окружностям равных радиусов проведены две параллельные общие касательные. Окружности касаются одной из этих прямых в точках $A$ и $B$. Через точку $C$, лежащую на отрезке $AB$, проведены касательные к этим окружностям, пересекающие вторую прямую в точках $D$ и $E$, причём отрезки $CA$ и $CD$ касаются одной окружности, а отрезки $CB$ и $CE$ "— другой.
а) Докажите, что периметр треугольника $CDE$ вдвое больше расстояния между центрами окружностей.
б) Найдите $DE$, если радиусы окружностей равны 5, расстояние между их центрами равно 18, а $AC = 8$.

**18** Найдите все значения параметра $a$, при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{2-3x}\ln\left(16x^2-a^2\right) = \sqrt{2-3x}\ln(4x+a)$$

имеет ровно один корень на $[0;1]$.





**19** С натуральным числом проводят следующую операцию: между каждыми двумя его соседними цифрами записывают сумму этих цифр (например, из числа 1923 получается число 110911253).
а) Приведите пример числа, из которого получается 4106137125.
б) Может ли из какого-нибудь числа получиться число 27593118?
в) Какое наибольшее число, кратное 9, может получиться из трехзначного числа, в десятичной записи которого нет девяток?