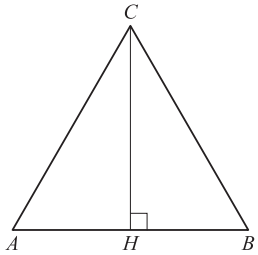
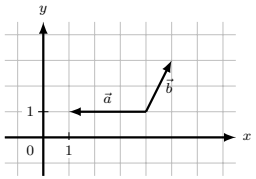
Тренировочная работа № 1. Вариант 1

Часть 1

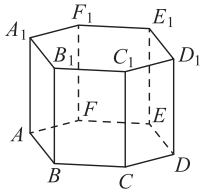
1 В равностороннем треугольнике ABC высота CH равна $11\sqrt{3}$. Найдите AB.



2 На координатной плоскости изображены векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найдите скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$.



3 В правильной шестиугольной призме $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ все рёбра равны $40\sqrt{5}$. Найдите расстояние между точками B_1 и E.



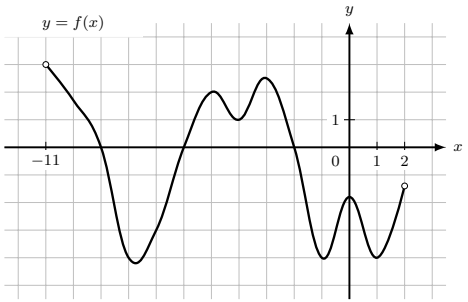
4 Из множества натуральных чисел от 41 до 56 наудачу выбирают одно число. Какова вероятность того, что оно делится на 2?

5 В магазине три продавца. Каждый из них занят с клиентом с вероятностью 0,1 независимо от других продавцов. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени все три продавца заняты одновременно.

6 Найдите корень уравнения $\frac{2}{5}x = -3\frac{3}{5}$.

7 Найдите значение выражения $7\sqrt{6}\,\mathrm{tg}\,\frac{\pi}{3}\sin\frac{\pi}{4}$.

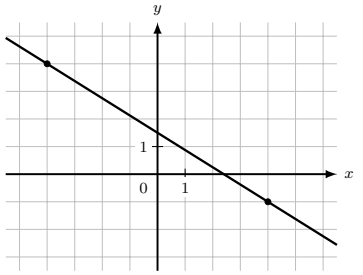
8 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-11; 2)$. Определите количество точек, в которых производная функции $f(x)$ равна 0.



9 К источнику с ЭДС $\varepsilon = 130$ В и внутренним сопротивлением $r = 0{,}3$ Ом, хотят подключить нагрузку с сопротивлением R Ом. Напряжение на этой нагрузке, выражаемое в вольтах, дается формулой $U = \dfrac{\varepsilon R}{R + r}$. При каком наименьшем значении сопротивления нагрузки напряжение на ней будет не менее 100 В? Ответ дайте в омах.

10 Семь одинаковых рубашек дешевле куртки на 9%. На сколько процентов девять таких же рубашек дороже куртки?

11 На рисунке изображён график функции $f(x) = kx + b$. Найдите значение x, при котором $f(x) = 11{,}5$.



12 Найдите наименьшее значение функции $y = \sqrt{x^2 + 10x + 146}$.

Часть 2

13 а) Решите уравнение $16^{\sin x} = \left(\frac{1}{4}\right)^{2\sin 2x}$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$.

14 В треугольной пирамиде $ABCD$ двугранные углы при рёбрах AD и BC равны. $AB = BD = DC = AC = 5$.
а) Докажите, что $AD = BC$.
б) Найдите объем пирамиды, если двугранные углы при AD и BC равны $60°$.

15 Решите неравенство $\dfrac{\log_3(81x)}{\log_3 x - 4} + \dfrac{\log_3 x - 4}{\log_3(81x)} \geqslant \dfrac{24 - \log_3 x^8}{\log_3^2 x - 16}$.

16 Вклад в размере 10 млн рублей планируется открыть на четыре года. в конце каждого года вклад увеличивается на 10% по сравнению с его размером в начале года, а, кроме этого, в начале третьего года и четвёртого годов вклад ежегодно пополняется на одну и ту же фиксированную сумму, равную целому числу миллионов рублей. Найдите наименьший возможный размер такой суммы, при котором через четыре года вклад станет не меньше 30 млн рублей.

17 Две окружности касаются внешним образом в точке K. Прямая AB касается первой окружности в точке A, а второй ”— в точке B. Прямая BK пересекает первую окружность в точке D, прямая AK пересекает вторую окружность в точке C.
а) Докажите, что прямые AD и BC параллельны.
б) Найдите радиус окружности, описанной около треугольника BCD, если известно, что радиус первой окружности равен 4, а радиус второй окружности равен 1.

18 Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{1-2x}\ln\left(25x^2 - a^2\right) = \sqrt{1-2x}\ln(5x + a)$$

имеет ровно один корень на $[0; 1]$.

19 С натуральным числом проводят следующую операцию: между каждыми двумя его соседними цифрами записывают сумму этих цифр (например, из числа 1923 получается число 110911253).
а) Приведите пример числа, из которого получается 2108124117.
б) Может ли из какого-нибудь числа получиться число 37494128?
в) Какое наибольшее число, кратное 11, может получиться из трехзначного числа?