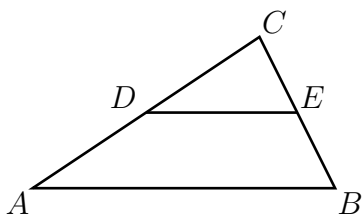


Тренировочная работа № 5

Часть № 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1 Площадь треугольника ABC равна 10, DE — средняя линия, параллельная стороне AB . Найдите площадь трапеции $ABED$.

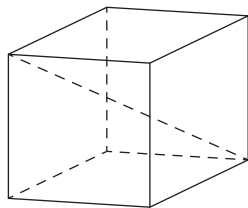


Ответ _____

- 2 Даны векторы $\vec{a}(1; 3)$ и $\vec{b}(-4; 2)$. Найдите скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

Ответ _____

- 3 Диагональ куба равна $\sqrt{12}$. Найдите его объём.



Ответ _____

- 4 При производстве в среднем на каждые 2982 исправных насоса приходится 18 неисправных. Найдите вероятность того, что случайно выбранный насос окажется неисправным.

Ответ _____

- 5 Две фабрики выпускают одинаковые стекла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 45% этих стекол, вторая — 55%. Первая фабрика выпускает 3% бракованных стекол, а вторая — 1%. Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным.

Ответ _____

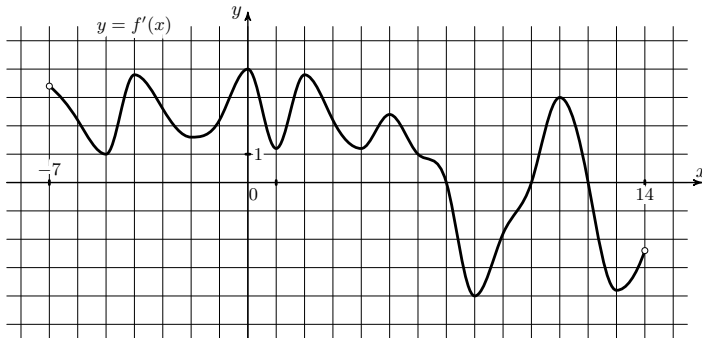
- 6 Найдите корень уравнения $\log_5(4 + x) = 2$.

Ответ _____

- 7 Найдите значение выражения $\frac{7(m^5)^6 + 11(m^3)^{10}}{(3m^{15})^2}$.

Ответ _____

- 8 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-7; 14)$. Найдите количество точек максимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-6; 9]$.



Ответ _____

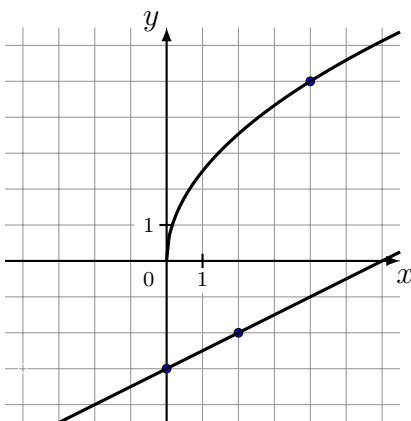
- 9 Наблюдатель находится на высоте h , выраженной в метрах. Расстояние от наблюдателя до наблюдаемой им линии горизонта, выраженное в километрах, вычисляется по формуле $l = \sqrt{\frac{Rh}{500}}$, где $R = 6400$ км — радиус Земли. На какой высоте находится наблюдатель, если он видит линию горизонта на расстоянии 4 километров? Ответ дайте в метрах.

Ответ _____

- 10 По морю параллельными курсами в одном направлении следуют два сухогруза: первый длиной 120 метров, второй — длиной 80 метров. Сначала второй сухогруз отстает от первого, и в некоторый момент времени расстояние от кормы первого сухогруза до носа второго составляет 400 метров. Через 12 минут после этого уже первый сухогруз отстает от второго так, что расстояние от кормы второго сухогруза до носа первого равно 600 метрам. На сколько километров в час скорость первого сухогруза меньше скорости второго?

Ответ _____

- 11 На рисунке изображены графики функций $f(x) = a\sqrt{x}$ и $g(x) = kx + b$, которые пересекаются в точке A . Найдите абсциссу точки A .



Ответ _____

- 12 Найдите наибольшее значение функции $y = 12 \cos x + 6\sqrt{3}x - 2\sqrt{3}\pi + 6$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

Ответ _____

Часть № 2

- 13 а) Решите уравнение $7 \sin \left(\frac{\pi}{2} + x \right) + 4\sqrt{3} \sin x \cos x = 4 \cos^3 x$.
- б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi \right]$.
- 14 В правильной треугольной пирамиде $SABC$ сторона основания AB равна 6, а боковое ребро SA равно 7. На рёбрах AB и SC отмечены точки K и M соответственно, причём $AK : KB = SM : MC = 1 : 5$. Плоскость α содержит прямую KM и параллельна прямой BC .
- а) Докажите, что плоскость α параллельна прямой SA .
- б) Найдите угол между плоскостями α и SBC .
- 15 Решите неравенство $\frac{\log_7(49x^2) - 7}{\log_7^2 x - 4} \leq 1$.
- 16 В июле 2025 года планируется взять кредит в банке на сумму 900 тысяч рублей на 10 лет. Условия его возврата таковы:
- в январе 2026, 2027, 2028, 2029 и 2030 годов долг возрастает на 12% по сравнению с концом предыдущего года;
 - в январе 2031, 2032, 2033, 2034 и 2035 годов долг возрастает на 8% по сравнению с концом предыдущего года;
 - со февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
 - в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
 - к июлю 2035 года кредит должен быть погашен полностью.
- Найдите общую сумму выплат после полного погашения кредита.
- 17 На сторонах AB , BC и AC треугольника ABC отмечены точки C_1 , A_1 и B_1 соответственно, причём $AC_1 : C_1B = 8 : 3$, $BA_1 : A_1C = 1 : 2$, $CB_1 : B_1A = 3 : 1$. Отрезки BB_1 и CC_1 пересекаются в точке D .
- а) Докажите, что ADA_1B_1 — параллелограмм.
- б) Найдите CD , если отрезки AD и BC перпендикулярны, $AC = 28$, $BC = 18$.
- 18 Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений
- $$\begin{cases} x^2 + y^2 = 4 + 2ax - a^2, \\ x^2 = y^2 \end{cases}$$
- имеет ровно четыре различных решения.
- 19 Есть четыре коробки: в первой коробке 121 камень, во второй — 122, в третьей — 123, а в четвёртой коробке камней нет. За один ход берут по одному камню из любых трёх коробок и кладут в оставшуюся. Сделали некоторое количество таких ходов.
- а) Могло ли в первой коробке оказаться 121 камень, во второй — 122, в третьей — 119, а в четвёртой — 4?
- б) Могло ли в четвёртой коробке оказаться 366 камней?
- в) Какое наибольшее число камней могло оказаться в первой коробке?