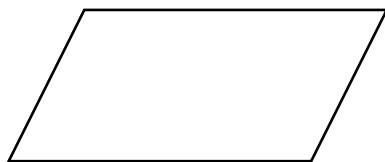


Тренировочная работа № 3

Часть № 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1 Один угол параллелограмма больше другого на 70° . Найдите больший угол. Ответ дайте в градусах.

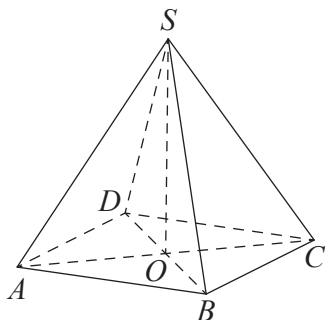


Ответ _____

- 2 Даны векторы $\vec{a}(3; -2)$ и $\vec{b}(0; 1)$. Найдите скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

Ответ _____

- 3 В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ точка O — центр основания, S — вершина, $SO = 4$, $AC = 6$. Найдите боковое ребро SC .



Ответ _____

- 4 В фирме такси в наличии 50 легковых автомобилей; 27 из них чёрного цвета с жёлтыми надписями на бортах, остальные — жёлтого цвета с чёрными надписями. Найдите вероятность того, что на случайный вызов приедет машина жёлтого цвета с чёрными надписями.

Ответ _____

- 5 Если шахматист А. играет белыми фигурами, то он выигрывает у шахматиста Б. с вероятностью 0,52. Если А. играет черными, то А. выигрывает у Б. с вероятностью 0,3. Шахматисты А. и Б. играют две партии, причём во второй партии меняют цвет фигур. Найдите вероятность того, что А. выиграет оба раза.

Ответ _____

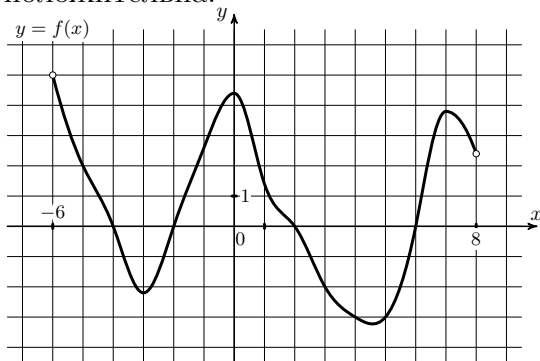
- 6 Найдите корень уравнения $\sqrt{\frac{1}{6-5x}} = \frac{1}{6}$.

Ответ _____

- 7 Найдите $\frac{a}{b}$, если $\frac{2a+5b}{5a+2b} = 1$.

Ответ _____

- 8 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-6; 8)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции $f(x)$ положительна.



Ответ _____

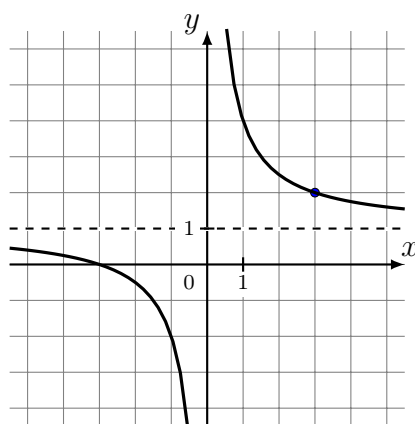
- 9 Опорные башмаки шагающего экскаватора, имеющего массу $m = 1260$ тонн представляют собой две пустотелые балки длиной $l = 18$ метров и шириной s метров каждая. Давление экскаватора на почву, выражаемое в килопаскалях, определяется формулой $p = \frac{mg}{2ls}$, где m — масса экскаватора (в тоннах), l — длина балок в метрах, s — ширина балок в метрах, g — ускорение свободного падения (считайте $g = 10 \text{ м/с}^2$). Определите наименьшую возможную ширину опорных балок, если известно, что давление p не должно превышать 140 кПа. Ответ дайте в метрах.

Ответ _____

- 10 Два пешехода отправляются одновременно в одном направлении из одного и того же места на прогулку по аллее парка. Скорость первого на 1,5 км/ч больше скорости второго. Через сколько минут расстояние между пешеходами станет равным 300 метрам?

Ответ _____

- 11 На рисунке изображён график функции $f(x) = \frac{k}{x} + a$. Найдите $f(-12)$.



Ответ _____

- 12 Найдите точку минимума функции $y = \frac{x^3}{3} - 9x - 7$.

Ответ _____

Часть № 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $\sin 2x - 2 \sin x + 2 \cos x - 2 = 0$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[3\pi; \frac{9\pi}{2}\right]$.

14 В основании прямой треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ лежит прямоугольный треугольник ABC с прямым углом C , $AC = 4$, $BC = 16$, $AA_1 = 4\sqrt{2}$. Точка Q — середина ребра A_1B_1 , а точка P делит ребро B_1C_1 в отношении $1 : 2$, считая от вершины C_1 . Плоскость APQ пересекает ребро CC_1 в точке M .

а) Докажите, что точка M является серединой ребра CC_1 .

б) Найдите расстояние от точки A_1 до плоскости APQ .

15 Решите неравенство $\frac{\log_4(16x^4) + 11}{\log_4^2 x - 9} \geq -1$.

16 В июле 2026 года планируется взять кредит на три года в размере 900 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг будет возрастать на 30% по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;

— платежи в 2027 и 2028 годах должны быть равными;

— к июлю 2029 года долг должен быть выплачен полностью.

Известно, что сумма всех платежей после полного погашения кредита будет равна 1482,3 тыс. рублей. Сколько рублей составит платёж 2029 года?

17 Точка D лежит на основании AC равнобедренного треугольника ABC . Точки I и J — центры окружностей, описанных около треугольников ABD и CBD соответственно.

а) Докажите, что прямые BI и DJ параллельны.

б) Найдите IJ , если $AC = 16$, $\cos \angle BDC = \frac{1}{9}$.

18 Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$a|x + 1| + (1 - a)|x - 1| + 2 = 0$$

имеет ровно два различных корня.

19 На доске написано N различных натуральных чисел, каждое из которых не превосходит 159. Для любых двух написанных на доске чисел a и b , таких, что $a < b$, ни одно из написанных чисел не делится на $b - a$, и ни одно из написанных чисел не является делителем числа $b - a$.

а) Могли ли на доске быть написаны какие-то два числа из чисел 28, 29 и 30?

б) Среди написанных на доске чисел есть 13. Может ли N быть равно 20?

в) Найдите наибольшее значение N .